

Grado en Biotecnología – Examen de Análisis Matemático

1. Discutir y resolver, cuando sea posible, el siguiente sistema, según los valores de los parámetros a y b .

$$\begin{cases} x + ay + bz = 0 \\ 2x + 2ay + bz = 1 \\ 2x + 3y + bz = 0 \end{cases}$$

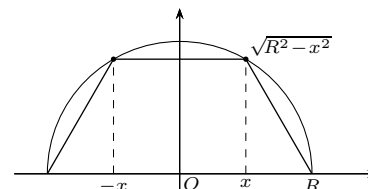
2. La evolución estacional de una población de insectos está descrita por la ecuación en diferencias $x_{n+1} = f(x_n)$ para $n = 0, 1, 2, \dots$, donde

$$f(x) = \alpha x(\beta - x) \quad (0 < x < \beta)$$

y $\alpha > 0$ y $\beta > 0$ son parámetros positivos.

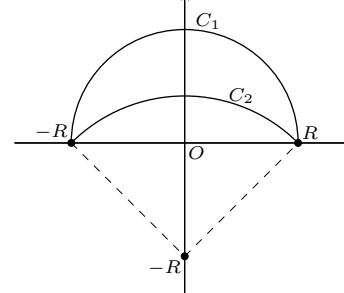
- a) ¿Qué condición deben verificar α y β para que el modelo tenga sentido biológico?
- b) Calcula los puntos de equilibrio del modelo y estudia su estabilidad.
3. Supongamos que una población de animales hembras está dividida en dos grupos de edad: jóvenes y adultos. En cada etapa la mitad de jóvenes llegan a adultos. El número medio de crías de las hembras jóvenes es de $3/2$ y el de las adultas es de 2. Sea $X(n) = (j(n), a(n))^T$ el vector que nos da la población de jóvenes y adultos en la etapa n .
- a) Comprueba que la dinámica de la población responde al modelo $X(n+1) = MX(n)$ donde M es una matriz de Leslie.
- b) Diagonaliza la matriz M , y, para valores grandes de n , calcula de forma aproximada M^n .
- c) Discute el comportamiento en el futuro de la población y calcula las proporciones a largo plazo de los grupos de edad.

4. Calcula el área del trapecio isósceles de área máxima inscrito en la semicircunferencia superior centrada en el origen de radio R . Justifica que el resultado obtenido es un máximo absoluto.



5.

Calcula, usando integrales, el área de la luna formada por la intersección de la parte superior de los círculos C_1 de centro el origen y radio R y C_2 de centro $(0, -R)$ y radio $\sqrt{2}R$. Calcula el volumen del sólido obtenido al girar dicha luna alrededor del eje de abscisas.



6. Clasifica los puntos críticos para determinar los extremos relativos del campo escalar $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dado para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ por:

$$f(x, y) = 2xy - 2x^3y - xy^2 + x^3y^2$$

Las calificaciones las pondré en el SWAD. Revisión de exámenes el próximo día 19 de 10h a 12h en mi despacho.

Granada, 13 de febrero de 2019.